

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉVALUATION DES INVESTISSEMENTS MUNICIPAUX DANS LE
SECTEUR DES INFRASTRUCTURES DE PRODUCTION
D'EAU POTABLE :

UNE APPROCHE OPTIONS RÉELLES

Rapport de recherche de maîtrise
Présenté par Dahlia Attia

ATTD16588002

Sous la direction des professeurs Marcel Boyer et Fernand Martin

Mars 2008

Remerciements

Je tiens, en premier lieu, à remercier le professeur Marcel Boyer pour son temps, ses conseils et sa patience lors de la rédaction de ce rapport. J'aimerais spécialement le remercier de m'avoir donné l'occasion de travailler quotidiennement avec lui au CIRANO et la chance de participer à ses travaux. Votre passion et votre énergie sont une inspiration pour moi.

J'aimerais également remercier Rachidi Kotchoni pour son aide et sa générosité incommensurable. Non seulement a-t-il consacré plusieurs heures à converser avec moi, mais sa contribution et ses remarques mathématiques ont été essentielles à l'évolution de ce rapport.

Mes sincères remerciements à ma famille, qui, tout au long de ma vie, m'a toujours encouragée et supportée dans tous les projets que j'ai entrepris. Merci pour vos conseils et vos commentaires qui, même si des fois ils étaient difficiles à entendre, ont toujours influencé positivement ma vie.

Finalement, je voudrais remercier particulièrement ma sœur Sherine et mon copain Alexandre, sans qui je ne serais assurément pas là où je suis. Trouver les mots justes pour vous remercier tous les deux en quelques lignes m'est impossible. Vous m'avez encouragée et soutenue quand j'en avais besoin et pour cela je vous en serai à jamais reconnaissante.

SOMMAIRE

Malgré les importantes réserves d'eau douce, plusieurs collectivités canadiennes craignent de ne pas pouvoir répondre aux besoins actuels et futurs de leurs populations. En effet, selon une étude publiée en 2003 par Environnement Canada, entre 1994 et 1999, 26 % des municipalités canadiennes ont connu des pénuries d'eau. Parmi les causes invoquées, l'accroissement de la demande et l'insuffisance des infrastructures sont des causes majeures de ce manque.

Dans ce contexte, les gestionnaires municipaux qui font face à cette problématique, doivent déterminer si l'accroissement de l'infrastructure de stockage, de traitement et de distribution de l'eau doit se faire et, si oui, à quel moment et de quelle façon. Ce rapport de recherche s'intéresse donc à la question de l'évaluation des projets d'investissement dans les infrastructures municipales des services d'eau. L'objectif de ce travail est d'appliquer l'approche des options réelles à l'évaluation des projets d'investissement afin d'établir la stratégie optimale d'investissement pour les gestionnaires des infrastructures.

Deux cas particuliers seront considérés dans ce rapport. Dans le premier cas, le gestionnaire établit le niveau de capacité souhaité et ensuite détermine le moment optimal pour effectuer l'investissement. Ainsi, le gestionnaire est détenteur d'une seule option. Dans le second cas, on considère le scénario où le projet se divise en deux étapes interdépendantes. Effectuer la première étape permet d'acquérir l'opportunité de générer des bénéfices du second investissement à la suite d'une réévaluation de la situation.

Ce rapport se base sur la méthode de la programmation dynamique. La détermination des paramètres du modèle repose sur une analyse des données publiées par le Ministère des Affaires municipales et des Régions ainsi que l'analyse d'études d'experts. Cette étude cherche à démontrer que l'option de reporter une part de l'investissement peut générer, toutes choses étant égales par ailleurs, des profits supplémentaires; c.-à-d. la flexibilité peut être créatrice de valeur. En d'autres termes, nous cherchons à démontrer que l'option modulaire est préférable que dans le cas où le bénéfice qui découle de la flexibilité est plus grand que la perte découlant de la diminution des rendements d'échelle dans les coûts d'exploitation et de construction.

TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE	3
TABLE DES MATIÈRES	5
LISTE DES TABLEAUX.....	7
Tableau 1. Paramètres du modèle	7
Tableau 2. Résultats de l'évaluation des deux projets	7
LISTE DES ANNEXES.....	8
INTRODUCTION.....	9
CHAPITRE 1 : PROBLÉMATIQUE	10
1.1 Gestion de l'eau au Québec.....	16
1.2 L'analyse traditionnelle de l'investissement et ses lacunes	17
1.3 Décision séquentielle et options réelles	22
1.3.1 Évaluation Options réelles : principes généraux	22
1.3.2 Le lien entre les options réelles et les options financières	23
1.3.3 Les différentes catégories d'options réelles	26
1.3.4 Conditions d'existence des options réelles.....	29
CHAPITRE 2 : LE MODÈLE THÉORIQUE.....	33
2.1 Description du projet.....	34
2.1.1 Description détaillée du Projet Classique.....	36
2.1.2 Description détaillée du Projet Modulaire	37
2.2 Source d'incertitude	38
2.3 Source de flexibilité	41
2.4 Détermination de la valeur de la modularité de l'investissement	42
2.4.1 Évaluation de la valeur du Projet Classique.....	42
2.4.2 Évaluation de la valeur du Projet Modulaire.....	44
2.4.2.1 Évaluation de la valeur de la phase 2 du Projet Modulaire.....	46
2.4.2.2 Évaluation de la valeur de la phase 1 du Projet Modulaire.....	47
CHAPITRE 3 : DESCRIPTION DES DONNÉES	49
CHAPITRE 4 : ÉVALUATION ET ANALYSE DE SENSIBILITÉ.....	52
4.1 Évaluation.....	53
4.2 Analyses de sensibilité	54

CONCLUSION	59
RÉFÉRENCES.....	62

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1. Paramètres du modèle

Tableau 2. Résultats de l'évaluation des deux projets

Tableau 3. Résultats de l'analyse de sensibilité à la volatilité

Tableau 4. Résultats de l'analyse de sensibilité à la tendance

Tableau 5. Résultats de l'analyse de sensibilité aux économies d'échelles

LISTE DES ANNEXES

Annexe A. Calculs des espérances du modèle

Annexe B. Programme MATLAB pour évaluer la valeur du Projet Classique et du
Projet Modulaire

Annexe C. Graphiques des analyses de sensibilité

INTRODUCTION

Devrait-on effectuer l'accroissement de la capacité des infrastructures liées aux services d'eau potable? Et, si oui, quand et comment? Ces questions sont au cœur de la problématique de la gestion de l'eau municipale.

Notre démarche repose sur une application de la théorie des options réelles utilisée pour évaluer les choix d'investissement. L'objectif est de faire ressortir la pertinence de cette approche pour l'évaluation des projets d'accroissement de la capacité de production d'eau potable. Notamment, nous allons démontrer que l'option modulaire est préférable que dans le cas où le bénéfice qui découle de la flexibilité est plus grand que la perte découlant de la diminution des rendements d'échelle dans les coûts d'exploitation et de construction.

Ce rapport comprend quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous présenterons la problématique de l'évaluation des projets d'accroissement de la capacité de production d'eau potable. Le deuxième chapitre se concentrera sur la présentation du modèle théorique. Le troisième chapitre se consacrera à l'identification et la description des données et des paramètres du modèle. Dans le quatrième chapitre, nous procéderons à la simulation de la décision d'investissement et nous effectuerons quelques analyses de sensibilité. En conclusion, nous présenterons de nouvelles pistes de recherche et tirerons les principaux enseignements pour l'amélioration de la gestion de l'eau.

CHAPITRE 1 : PROBLÉMATIQUE

La plus récente enquête menée par Environnement Canada a révélé qu'entre 1994 et 1999, 26 % des municipalités canadiennes ont subi des pénuries d'eau¹. Cette tendance ne semble pas être un cas isolé; en effet, plusieurs pays de l'OCDE font face aux mêmes difficultés à répondre à la demande d'eau. Ces problèmes découlent du fait que beaucoup de réseaux d'eau urbains en Amérique ou en Europe ont été construits entre 1830 et 1880². Ils ne sont donc pas en mesure de faire face aux pressions démographiques et à l'accroissement de la demande en eau.

Au Québec, dans plusieurs cas, seule la mise à niveau des infrastructures existantes est nécessaire puisque la réduction des fuites suffirait à accroître l'offre d'eau potable pour répondre à la demande excédentaire. Or, dans certaines municipalités, la capacité de production d'eau potable ne suffit plus pour répondre à la demande. Ainsi, des investissements majeurs seront nécessaires au cours des prochaines années dans ces municipalités canadiennes afin de construire de nouvelles stations de traitement d'eau potable pouvant satisfaire la croissance de la demande (exemple de la ville de Québec)³.

1 ENVIRONNEMENT CANADA. Menaces pour la disponibilité de l'eau douce au Canada. 2002. <http://www.nwri.ca/threats2full/ch5-1-f.html>.

2 STEVENS, B. Évaluer les risques. *L'Observateur de l'OCDE*. n° 254. mars 2006. http://www.observeurocde.org/news/fullstory.php/aid/1585/%C9valuer_les_risques_.html.

3 DUCHESNE, S. ET VILLENEUVE, J.P. Estimation du coût total associé à la production d'eau potable : Cas d'application de la ville de Québec. INRS-Eau, Terre et Environnement. 2005.

Les gestionnaires des infrastructures municipales devront donc décider s'il est optimal d'investir dans l'accroissement de la capacité des infrastructures et du moment pour effectuer ces investissements.

Plusieurs facteurs peuvent influencer la décision d'investir ou non dans l'accroissement de la capacité de production d'eau potable. Le plus important reste la variation future de la demande en eau qui très est difficile à prévoir. À l'échelle mondiale, on estime que la demande en eau a crû deux fois plus vite que la croissance démographique au cours du siècle passé. Ainsi, le taux de croissance de la population et le taux d'urbanisation peuvent servir d'indicateurs de l'évolution future de la demande en eau.

Par contre, dans les pays de l'OCDE, malgré la hausse continue de la population, la demande s'est stabilisée depuis les années 1980, grâce notamment, à des techniques d'irrigation plus efficaces, au déclin d'industries grandes consommatrices d'eau, au développement de technologies de production propres, à la réduction des fuites, etc. En France par exemple, la consommation en eau a même diminué de 1,7 % par année au cours des années 1990, selon le Centre de Recherche pour l'Étude et l'Observation des Conditions de Vie (CRÉDOC).

La réduction de la demande est sans doute aussi liée à l'adoption généralisée de la tarification de l'eau municipale et de l'installation de compteurs individuels en Europe. En effet, plusieurs exemples semblent indiquer qu'à la suite de l'installation de compteurs individuels, les utilisateurs ont tendance à réduire leur consommation. Ceci s'est avéré exact dans les pays de l'Europe depuis dix ans. Par contre, cette tendance n'est

pas vérifiée au Québec. Selon une étude d'Environnement Canada⁴, la consommation résidentielle en eau ne semble pas affectée par la présence de compteurs d'eau, puisque plus de la moitié des municipalités avec des compteurs ont une consommation résidentielle moyenne supérieure à celle des résidents de Montréal. Il devient alors extrêmement complexe pour les gestionnaires de pouvoir prévoir avec précision l'évolution, à court et moyen terme, de la demande en eau.

De plus, les tendances à long terme semblent indiquer que le développement de système de réutilisation des eaux usées à domicile ou de grande envergure deviendra de plus en plus important. En effet, la réutilisation des eaux usées traitées à des fins agricoles, industrielles et résidentielles se développe de jour en jour. L'adoption plus généralisée de tels systèmes pourrait avoir un impact négatif sur la demande en eau.

Ceci démontre à quel point il est difficile de prévoir la variation future de la demande en eau. Certains déterminants, comme la hausse de la population, le taux d'urbanisation, etc., nous portent à croire que la demande d'eau continuera à croître tandis que d'autres (tarification, réutilisation, etc.) semblent indiquer que la demande évoluera à la baisse.

Les gestionnaires doivent donc essayer de prendre en compte ces sources d'incertitude liées à l'évolution de la demande dans leurs décisions d'investissement. Si les gestionnaires omettent de considérer ces possibilités, ils courent le risque d'effectuer des investissements en capacité beaucoup trop importants et donc de gaspiller des ressources publiques.

4 NATIONAL WATER USE DATABASE. Municipal water use, Sewerage, Metering & Pricing. Water and Habitat conservation Branch Canadian Wildlife Service Environment Canada. March 1994.

C'est ce qui s'est produit en Suisse⁵. La consommation d'eau a régulièrement baissé depuis 1976. La conséquence de cette baisse est que face à leurs annuités d'emprunts, liées aux investissements de surcapacité jugés nécessaires, les distributeurs d'eau publics ont été obligés d'augmenter les prix unitaires. Ainsi, malgré le fait que les consommateurs suisses aient fait des efforts pour réduire leur consommation en eau, à cause de la mauvaise évaluation des gestionnaires, ils doivent tout de même payer plus cher.

En parallèle à l'incertitude liée à la demande, les gestionnaires doivent aussi prendre en compte l'incertitude technologique; soit la possibilité d'apparition de nouvelles technologies plus performantes dans la production d'eau potable. Ces dernières années, plusieurs innovations ont émergé sur le marché de la production d'eau potable. Le progrès des technologies permet d'améliorer l'efficacité du système et de faire baisser le coût de production de l'eau potable.

Ces innovations technologiques récentes dans le domaine de la purification de l'eau font en sorte qu'il y a, aujourd'hui, un nombre croissant d'options pour les gestionnaires des infrastructures. Par exemple, il devient de plus en plus économiquement rentable et techniquement préférable de construire de petits systèmes décentralisés, autonomes et modulaires pour remplacer ou compléter les réseaux antérieurs.

Ceci est dû notamment au développement des technologies de filtration membranaire, qui sont de plus en plus répandues. Elles sont

5 BARRAQUÉ, B. Gestion de l'eau : le point de vue d'un spécialiste. *Environnement et Société*, n°25. Fondation Universitaire Luxembourgeoise. 2001.

notamment utilisées dans le domaine du traitement des eaux, en particulier pour la production d'eau potable. Fiable et modulaire, la filtration membranaire présente également l'avantage de nécessiter peu d'intrants. Ces technologies sont souvent plus efficaces énergiquement et moins techniquement complexes. De plus, elles offrent une plus grande flexibilité. De tels systèmes peuvent être modifiés relativement facilement, pouvant ainsi s'adapter à des changements des variables d'état (par exemple, la demande moyenne par jour, le nombre d'utilisateurs, le coût des intrants, l'adoption de nouvelles technologies, etc.).

Cette flexibilité est extrêmement importante dans le cas des infrastructures de l'eau puisqu'il y a plusieurs sources d'incertitude qui rendent la décision d'investir très risquée.

Face à ces nombreuses sources d'incertitude, intuitivement on peut déduire que le choix d'une technologie modulaire et flexible conférerait au projet d'investissement une plus grande valeur. Ceci est dû au fait que le gestionnaire détient « l'option » d'accroître la capacité sans toutefois avoir l'obligation de le faire. Avec l'option de pouvoir effectuer les investissements de façon séquentielle, les gestionnaires peuvent attendre d'avoir de l'information supplémentaire avant de prendre la décision d'investissement. Le choix de la méthode d'évaluation choisi par les gestionnaires est donc très important.

Dans les prochaines sections, nous présenterons un bref aperçu de la gestion de l'eau au Québec. Nous traiterons ensuite des lacunes de la méthode d'évaluation des investissements traditionnellement utilisée pour évaluer les investissements publics, soit la VAN. Nous présenterons

finalement l'évaluation par les Options réelles de deux projets d'investissement et nous prouverons que cet outil est le plus fiable pour évaluer des investissements dans ce type de contexte.

1.1 Gestion de l'eau au Québec

Au Québec, les services d'eau relèvent dans la plupart des cas des municipalités qui sont propriétaires de presque toutes les infrastructures associées à l'eau potable. Au cours du 20^e siècle, ce sont principalement les municipalités qui ont construit leurs propres réseaux d'aqueduc et d'égout ainsi que les usines de traitement d'eau potable (GOUVERNEMENT DU QUÉBEC, 1997). Les municipalités planifient, financent, entretiennent et contrôlent la plupart des activités reliées aux services d'eau potable. Dans certains cas, certaines de ces activités sont gérées sur la base d'ententes intermunicipales favorisant la mise en commun des services. Les municipalités peuvent également faire appel à l'entreprise privée pour la gestion des services d'eau (élaboration d'études techniques, confection des plans et devis, coordination des travaux, exploitation de l'équipement, etc.).

De façon générale, les revenus des municipalités proviennent de la taxe foncière. Lorsque des dépenses sont faites dans un but précis, comme pour les services d'eau, certaines municipalités ont recours à une taxe de service. La tarification peut alors être forfaitaire (frais fixes par période de facturation) ou basée sur la consommation. Les tarifs forfaitaires sont les plus couramment utilisés; ils tiennent compte du coût total du service offert et, parfois, de la consommation prévue. Les tarifs varient généralement en fonction des catégories d'utilisateurs (industriels, commerciaux, institutionnels, résidentiels). Mentionnons que plusieurs villes du Québec, dont certaines de taille importante, n'ont pas de taxe de service ni de tarification associées à l'eau; les services d'eau sont alors financés par la taxe foncière. Les investissements majeurs (construction de stations de

traitement, réfection des réseaux, etc.) peuvent par ailleurs bénéficier de subventions gouvernementales.

1.2 L'analyse traditionnelle de l'investissement et ses lacunes

Les gestionnaires des infrastructures municipales de l'eau doivent choisir parmi un grand nombre d'options, la stratégie d'investissement optimale, déterminant à quel moment investir et dans quelle capacité. Pour l'instant, la méthode d'évaluation de projets la plus couramment utilisée reste la méthode de la valeur actualisée nette (VAN). Selon le « Guide d'élaboration d'un plan d'intervention pour le renouvellement des conduits d'eau potable et d'égout » publié en octobre 2005 par le Ministère des Affaires municipales et des Régions, l'analyse de la valeur actualisée est la technique proposée afin de comparer les différents projets possibles au cours d'une certaine période de planification.

Brealey et Myers (2000) définissent la VAN comme une mesure de la richesse créée par un projet. Ils affirment que *“When we calculate a project's NPV we are asking whether the project is worth more than the costs. We are estimating its value by calculating what its cash flows would be worth if a claim on them were offered separately to investors and traded in the capital markets.”* La théorie de la VAN mesure donc la richesse incrémentale créée par un projet en actualisant les revenus et les dépenses à la date d'aujourd'hui et en les comparant.

La valeur présente d'une somme future est obtenue en multipliant cette somme par un facteur d'actualisation. Le facteur d'actualisation dépend du taux de rendement espéré de l'investissement. Ce taux représente le retour espéré des investisseurs en échange d'un délai sur les paiements découlant de l'investissement.

Ainsi, l'élément clé quand on développe la méthodologie de la VAN est l'identification de r , soit le taux d'intérêt. Celui-ci devrait, théoriquement, être équivalent au retour d'investissements similaires. À défaut de pouvoir identifier le rendement d'investissements similaires, ce taux peut être remplacé par le soit le coût d'opportunité de l'investissement soit par le « after-tax Weighted Average Cost of Capital (WACC) ».

Il existe d'importantes lacunes avec cette théorie. Cette approche ne reflète pas correctement ni l'incertitude (risque) ni la flexibilité des projets (opportunité potentielle).

La première faiblesse de cette méthode d'évaluation découle du taux d'actualisation. Il est généralement établi que le taux d'actualisation est constant tout au long de la durée du projet. Or, comme le risque associé au projet évolue de manière dynamique, le taux d'actualisation devrait être constamment ajusté afin de refléter les variations du niveau de risque. Puisque ceci rendrait le modèle extrêmement complexe et difficile à manipuler, le taux d'intérêt est maintenu constant ce qui fausse les résultats de l'évaluation.

Cette lacune rend cette méthode d'évaluation intrinsèquement inappropriée pour évaluer des projets dans un contexte incertain. Le critère

de la VAN se base sur un scénario moyen et ne tient pas compte du risque de déviation possible par rapport à ce scénario.

Pour pallier cette lacune, le Conseil du Trésor du Canada suggère de faire appel aux techniques de simulation Monte-Carlo. Cette méthode sert à prévoir les résultats éventuels du modèle d'analyse avantages-coûts, compte tenu des variables qui influent sur les résultats. « La simulation établit la fourchette des VAN possibles compte tenu des facteurs susceptibles de varier, avec un aperçu des probabilités dans cette fourchette. »⁶

En d'autres termes, les valeurs des variables d'entrée incertaines et de risque (avantages et coûts) sont sélectionnées en fonction de leurs plages de valeurs possibles et des probabilités précisées. Elles sont ensuite intégrées au modèle, nous permettant alors de calculer la valeur actualisée nette du projet. Ce processus doit être réitéré plusieurs fois pour générer une distribution théorique des résultats. Le résultat de cette analyse fournit une estimation des valeurs attendues pour les résultats et de leur distribution théorique⁷.

Cette méthode n'est pas sans limites. Premièrement, il faut prendre en compte le fait que certaines variables de risque peuvent être interreliées. Si l'on ne tient pas compte des covariances, on peut se retrouver avec de grosses erreurs d'évaluation du risque. De plus, l'utilisation des fourchettes et des probabilités des valeurs des variables met l'*incertitude* en évidence et peut par conséquent inquiéter certains gestionnaires.

⁶ CANADA, Secrétariat du Conseil du Trésor du Canada. *Guide de l'analyse avantages-coûts*, ministère des Approvisionnements et Services, 1998.

⁷ CANADA, Secrétariat du Conseil du Trésor du Canada. *Guide de l'analyse avantages-coûts*, ministère des Approvisionnements et Services, 1998.

Comme mentionné précédemment, la seconde limite de l'utilisation de la VAN comme méthode d'évaluation réside dans le fait que le niveau de risque du projet est intégré dans l'analyse au niveau du taux d'actualisation. Plus le projet est risqué plus le coût du capital sera élevé. Ceci a pour conséquence d'augmenter le taux d'actualisation ce qui contribue à réduire la VAN du projet. L'incertitude ne crée donc pas de valeur selon la méthode de la VAN, puisqu'elle n'intègre pas la possibilité de flexibilité. Pourtant, la flexibilité est ce qui permet aux gestionnaires de réduire l'impact des risques sur la profitabilité d'un investissement. Cette méthode est donc inappropriée pour prendre en considération la capacité des investisseurs à gérer activement le projet. En se basant sur un scénario de recettes et de dépenses espérées, on suppose que les gestionnaires ne dérogent pas à la stratégie préétablie.

La méthode de la valeur actualisée nette permet de mesurer la profitabilité d'un investissement en supposant que l'investissement ne peut être entrepris que maintenant ou jamais, c.-à-d. si le gestionnaire n'effectue pas l'investissement aujourd'hui, il perd l'occasion à jamais.

Or, en choisissant d'investir immédiatement (coûts irrécupérables), le gestionnaire perd alors la possibilité d'attendre pour de l'information supplémentaire qui pourrait influencer la valeur du projet ou le moment optimal d'effectuer l'investissement. Ainsi, la méthode de la VAN ne prend pas en considération le coût d'opportunité de reporter un investissement. Ce coût d'opportunité pourrait s'avérer très important dans le cas d'investissements dans le secteur de l'eau qui sont caractérisés par d'importants coûts irrécupérables. La possibilité de reporter un

investissement irrécupérable peut grandement affecter la décision d'investir ou non et à quel moment. Ainsi, la méthode de la VAN ignore la valeur associée à la flexibilité, ce qui conduit généralement à la sous-estimation de la vraie valeur du projet.

1.3 Décision séquentielle et options réelles

La méthodologie décrite jusqu'à présent permet donc d'évaluer la richesse créée par un investissement. Elle n'est pas toujours satisfaisante, car elle peut conduire à choisir un investissement (VAN positive) alors qu'il aurait été préférable, par exemple, d'attendre l'arrivée d'une information nouvelle nous indiquant dans quel scénario on se trouve (scénario favorable ou scénario défavorable). Ainsi, ce type de modélisation n'apparaît pas comme étant adéquat pour évaluer les projets d'investissement dans un environnement incertain. L'analyse des options réelles a été développée, en partie, en réponse aux limites de l'approche traditionnelle (notamment de la VAN). Elle permet de prendre en considération des éléments difficilement quantifiables, tels que les risques et les opportunités stratégiques qui se présentent tout au long de la durée de vie du projet.

Dans cette section, nous présenterons les principes généraux de la théorie des options réelles. Ensuite, nous montrerons comment cette théorie peut être appliquée dans le contexte de projets d'investissements dans le secteur de l'eau municipale.

1.3.1 Évaluation Options réelles : principes généraux

La notion d'option réelle est apparue à la fin des années 1970, à la suite en particulier des travaux de Black et Scholes (1973) d'une part et de Merton (1973) d'autre part, qui conçurent le premier modèle permettant de valoriser une option financière. Myers (1977) utilisa ces travaux pour établir une analogie entre une opportunité de croissance et une option sur action, et

pour proposer une méthode de valorisation de cette option réelle. Depuis, la notion d'option réelle connaît un succès croissant. Elle est aujourd'hui appliquée à des domaines aussi variés que l'évaluation de projets d'exploitation miniers, de projets de recherche et développement, d'entreprises de biotechnologies, etc.

Comme souligné par Delphine Lautier, chercheur au Centre de recherches sur la gestion et la finance à Paris, ce succès est vraisemblablement lié à la conjonction de deux éléments. En premier lieu, les entreprises sont confrontées à un environnement plus incertain dans lequel la possibilité de réagir promptement et efficacement à une modification de l'environnement acquiert une dimension stratégique nouvelle. En second lieu, l'augmentation de la capacité de calcul des ordinateurs permet de valoriser des options plus complexes que ne l'étaient celles du modèle de Black et Scholes, plus proches de celles rencontrées dans le cas des options réelles.

1.3.2 Le lien entre les options réelles et les options financières

Une option réelle est une option générée par un projet d'investissement. L'intuition derrière cette théorie est qu'une entreprise qui évalue un actif existant ou un investissement potentiel est, à peu près, dans la même situation que le détenteur d'une option sur un actif financier. Il y a donc plusieurs similitudes entre ces deux théories.

Comme le détenteur d'une option financière, le détenteur d'une option réelle dispose du droit, mais non l'obligation d'acheter, call (ou de

vendre, put) à un prix contractuel, dit prix d'exercice, pendant une durée de vie limitée, un actif dit sous-jacent dont le prix constaté dans le passé est volatil. Plusieurs variables influencent la valeur d'une option financière. Ces variables sont :

- Valeur de l'actif sous-jacent
- Prix d'exercice
- Volatilité
- Durée de vie de l'option

Du côté des options réelles, la valeur est aussi influencée par les mêmes facteurs que pour les options financières. Pour valoriser les options réelles, il suffit de faire les analogies suivantes :

- la valeur de l'actif sous-jacent correspond à la valeur actualisée des cash-flows espérés,
- le prix d'exercice, c'est le coût d'investissement qu'il faut réaliser pour générer les cash-flows,
- la volatilité c'est la variabilité du rendement de l'investissement,
- la durée de vie de l'option, correspond à la durée pendant laquelle l'entreprise a le choix d'investir ou non (temps de validité).

Comme les options financières, les options réelles peuvent être distinguées en fonction de leur nature. Il existe des options d'achat et des options de vente. Les options d'achat (call) donnent à leur détenteur le droit d'entreprendre un investissement, à un coût fixé, à une date donnée ou pendant un intervalle de temps préétabli. L'option de vente, quant à elle, offre la possibilité d'abandonner un investissement ou de le revendre à un prix déterminé à l'avance, à une date donnée ou pendant un intervalle de temps prédéterminé.

Les options financières et réelles sont des produits dérivés parce que leur valeur dépend de celle d'un autre actif, généralement qualifié d'actif support. Dans le domaine des options réelles, ce dernier est un projet d'investissement. Ces options sont de plus des actifs asymétriques, car elles confèrent à leur acheteur le droit, mais non l'obligation, de l'exercer. Ainsi, un détenteur d'option réelle a le droit d'entreprendre l'investissement ou d'y renoncer. Le caractère asymétrique de l'option provient de ce qu'elle donne la possibilité de bénéficier d'évolutions favorables sans avoir à supporter les situations défavorables.

Il existe tout de même plusieurs limites à l'analogie entre les options réelles et les options financière. Nous allons traiter des deux plus importantes. La première est que l'asymétrie ne joue pas le même rôle dans ces deux cas, et la deuxième est que les actifs sous-jacents des options sont fondamentalement différents.

Du point de vue de l'asymétrie, les options réelles présentent une particularité, liée à la nature des transactions qui leur sont associées. En effet, contrairement à ce qui se produit dans le cas des options financières, un acheteur d'option réelle ne fait généralement pas face à un vendeur. Puisqu'il ne fait face à aucun vendeur, les coûts d'investissement ne sont pas stipulés contractuellement.

L'analogie entre une option réelle et une option financière présente une seconde limite découlant de la nature de l'actif support considéré. Dans le cas des options réelles, cet actif n'est pas un titre financier, mais un projet d'investissement. Ceci a des implications importantes. Les actifs financiers sont caractérisés par leur fongibilité, c.-à-d. qu'à condition que les mêmes

droits soient associés aux deux titres, l'action d'une société ne se distingue en rien d'une autre action de la même société. En revanche, deux actifs réels ne sont jamais totalement comparables. Il existe donc généralement un marché secondaire permettant d'échanger facilement les titres financiers sans subir de coûts de transaction prohibitifs. Tel est rarement le cas pour les actifs réels. En deuxième lieu, si les caractéristiques d'un actif financier peuvent être connues simplement, ces informations sont beaucoup plus difficiles à obtenir pour un actif réel. Par conséquent, les modalités de la transaction sont susceptibles d'être influencées par la présence d'asymétries d'information.

1.3.3 Les différentes catégories d'options réelles

Selon la littérature, il existe 7 catégories d'options réelles. Dans la prochaine section, nous présentons chacune d'elles en soulignant ce qui les distingue les unes des autres.

Le type d'option le plus fréquemment invoqué est l'option réelle de **reporter un investissement**. Dans ce cas, la flexibilité est uniquement due à la possibilité, pour l'investisseur, d'attendre avant de s'engager. L'investissement est reporté dans l'espoir d'obtenir ultérieurement des informations pertinentes quant à la mise en oeuvre du projet, et concernant par exemple les coûts, les prix, ou les conditions du marché. L'option de reporter est une option d'achat. Lorsqu'il exerce son droit, le détenteur de cette option s'approprie la valeur actuelle nette du projet d'investissement servant de support à l'actif dérivé. À l'inverse, un investisseur qui choisit de reporter son investissement suppose implicitement que le bénéfice espéré d'attendre pour plus d'informations est supérieur au coût de reporter

l'investissement. L'option de reporter un investissement met en lumière la valeur temps qui est bien souvent associée aux projets d'investissement. De plus, elle met en évidence le fait qu'il est peu réaliste de négliger certaines occasions, même si leur valeur n'est pas très clairement quantifiée (Lautier 2001).

Le second type d'option est **l'option de croissance**. Une option de croissance réside dans la possibilité de réaliser un investissement dans le futur conditionnellement à la réalisation d'un investissement aujourd'hui. L'existence de cette option confère à l'investissement immédiat une valeur d'option qui vient s'ajouter à sa valeur actualisée nette (VAN). Il s'ensuit que cet investissement peut être décidé alors que sa VAN est négative et alors que celle de l'investissement futur est nulle ou négative.

Cette catégorie d'options est très vaste. La réflexion peut notamment porter sur la taille optimale d'une firme; la possibilité de développer une nouvelle activité ou d'en délaisser une autre, etc. La valeur d'option associée à un investissement modulaire — c.-à-d. la valeur du portefeuille d'options — est constituée de la somme des valeurs d'options des différents modules, nette du coût de mise en œuvre de l'architecture modulaire.

Le troisième type d'option est **l'option de modifier l'intensité de l'exploitation**. Dans ce cas, les gestionnaires ont la possibilité d'accroître ou de réduire la production. Ils peuvent même choisir d'interrompre temporairement la production en attendant de meilleures conditions sur le marché.

Le quatrième type d'option est **l'option d'échange** (« option to switch use ») qui réside dans la possibilité de modifier les produits finis ou les facteurs de production. À titre d'exemple, mentionnons le cas de centrales de production d'électricité qui peuvent fonctionner avec du gaz naturel ou avec du charbon. Le choix de recourir à l'un ou l'autre de ces intrants dépend des variations de leur prix sur les marchés. La flexibilité est dans ce cas apportée par le processus de production.

Le cinquième type d'option est ce qu'on qualifie **d'options interactives**. Dans ce cas, la décision d'investissement recouvre la possibilité d'exercer, simultanément ou non, plusieurs options de différentes catégories. Ces options peuvent être insérées au sein d'un même projet (l'exploitation d'une mine de cuivre comporte par exemple à la fois une option de reporter, une option de fermer temporairement, une option de renoncer à l'investissement en cours, une option d'abandon...), soit elles appartiennent à plusieurs projets. De même, ces options réelles peuvent être la propriété d'une seule firme (le propriétaire de la mine de cuivre) ou au contraire se répartir entre plusieurs concurrents. Ces options sont qualifiées d'interactives, car elles peuvent exercer une influence les unes sur les autres.

Ces cinq types d'options peuvent être assimilés à des options d'achat. Les deux types d'options suivantes peuvent, quant à elles, être assimilés à des options de vente.

La première est **l'option d'abandonner**. Cette option est associée à la possibilité de renoncer définitivement à un investissement et, éventuellement, de le revendre sur le marché secondaire. Exercer le droit

conféré par l'option d'abandonner permet, soit de recueillir les revenus issus d'une revente du projet, soit d'annuler les coûts associés à son maintien.

La deuxième option de vente est **l'option de renoncer à un investissement en cours**. Cette option découle d'un raisonnement similaire à celui développé pour l'option d'abandonner, mais elle insiste sur le fait que bien souvent, un investissement est effectué en procédant par étapes successives. La flexibilité résulte donc de l'alternative qui se présente à chaque étape : renoncer à poursuivre le développement du projet si de nouvelles informations défavorables se révèlent ou consentir aux dépenses permettant de passer à l'étape suivante dans le cas inverse. Cette option est exercée lorsque l'investissement requis pour parvenir à l'étape suivante est supérieur à la valeur accordée à la poursuite du projet.

1.3.4 Conditions d'existence des options réelles

Il suffit d'un survol de la littérature sur les options réelles pour prendre conscience du caractère multiforme de cette théorie. Mais, la théorie des options réelles, peut-elle être appliquée dans tous les domaines? Une réponse peut être apportée en s'interrogeant sur les conditions à réunir pour qu'une option réelle existe. Ces conditions sont l'incertitude, la flexibilité et l'irréversibilité.

Les options réelles partagent avec les options financières la condition première de leur existence : l'incertitude. Dans le cas des options réelles, l'incertitude peut prendre diverses formes. L'incertitude peut tout d'abord être liée à l'environnement dans lequel les entreprises évoluent. Des

fluctuations imprévisibles de la demande ou des prix, des modifications de la production des concurrents appartenant au même secteur, le développement de nouvelles technologies ou des variations inattendues des taux d'intérêt sont autant d'événements susceptibles d'augmenter ou réduire la valeur anticipée de l'investissement. Dans ce contexte, l'incertitude est qualifiée d'exogène et est entièrement subie par l'investisseur. Il existe par contre des situations où l'investisseur peut réagir afin de résoudre l'incertitude avec laquelle il est aux prises. Dans ce cas, on qualifie l'incertitude d'endogène.

L'incertitude est une condition nécessaire à l'existence d'options réelles puisque c'est précisément l'impossibilité de prévoir l'avenir qui confère une valeur à l'option. En effet, si toutes les variables étaient connues, il serait possible de déterminer exactement la valeur d'un projet d'investissement et donc l'analyse des options réelles n'apporterait rien de plus à l'évaluation. Par contre, dans un contexte incertain, le détenteur de l'option l'exercera seulement si les conditions lui sont favorables, évitant ainsi d'être victime des circonstances défavorables.

La deuxième condition d'existence des options réelles est la flexibilité. Celle-ci représente la possibilité offerte à l'investisseur d'exercer son option réelle (investir dans un projet, ou consentir aux dépenses correspondant à la première étape du projet...) ou de l'abandonner. C'est la flexibilité qui confère à l'option réelle son caractère asymétrique : la flexibilité a soit une valeur positive, qui vient augmenter la valeur actuelle nette du projet, soit une valeur nulle. Comme nous l'avons mentionné dans la section précédente, la flexibilité revêt bien des formes. Ce peut être la possibilité de retarder la décision d'investir. Mais d'autres types de

décisions flexibles existent : investir en ayant la possibilité d'abandonner, choisir une capacité de production modulable pour s'ajuster à la demande réelle, pouvoir changer l'input en fonction des prix, d'output en fonction du goût des consommateurs, louer une machine (leasing) en gardant la possibilité de l'acheter, etc.

Un élément essentiel à considérer lorsque l'on parle de flexibilité est la période pendant laquelle les choix restent ouverts : jusqu'à quand peut-on attendre avant d'investir, avant d'abandonner, de changer de mode de production? Cette période est le temps de validité de l'option. Lorsqu'il est écoulé, les fenêtres d'opportunité se referment.

La dernière condition pour qu'une option réelle ait une valeur réside dans le caractère irréversible de l'investissement. L'irréversibilité est définie comme étant l'impossibilité totale ou partielle de récupérer la mise de fond initiale. Une autre façon d'interpréter le concept d'irréversibilité est qu'il est plus coûteux d'investir et de subir les coûts d'installation puis de désinstallation, que de ne rien faire du tout. L'irréversibilité peut provenir de plusieurs sources. Elle peut être liée au fait que l'investissement est particulier à l'entreprise et qu'il n'existe pas de marché secondaire pour cet actif réel. Même dans les cas où il existe un marché secondaire, l'investissement peut être irréversible dans la mesure où les prix sur les marchés secondaires sont nettement inférieurs au prix du même matériel neuf. Les dépenses en recherche et développement et les études de marketing sont aussi des dépenses irrécupérables qui confèrent à l'investissement ce caractère irréversible.

Comme les deux conditions précédentes, l'irréversibilité est indispensable à l'analyse option réelle, puisque si l'investissement est totalement récupérable en cas de circonstances défavorables, la possibilité qu'offre l'option d'échapper aux situations défavorables n'a plus de valeur.

CHAPITRE 2 : LE MODÈLE THÉORIQUE

Nous venons de présenter un aperçu des principes essentiels de la théorie des options réelles. Cette approche s'applique à un vaste choix de décisions de gestion et de décisions stratégiques dans un contexte incertain et irréversible. On peut toutefois se demander si une telle approche devrait être appliquée à la question de l'accroissement des infrastructures en eau.

Comme nous avons pu le constater dans la section précédente, l'utilisation de la méthode des options réelles requiert l'existence de trois conditions importantes, soit l'incertitude, la flexibilité et l'irréversibilité. Les projets d'accroissement des infrastructures en eau présentent en effet ces trois caractéristiques. D'abord, les décisions sont irréversibles. L'irréversibilité découle du fait que ces projets impliquent d'importants coûts irrécupérables et sont très intensifs en capital. En second lieu, le problème d'accroissement de capacité est dynamique dans la mesure où il faut établir la capacité optimale et le moment opportun pour effectuer le ou les investissements. Finalement, le problème est aussi stochastique; la demande future n'est pas certaine d'année en année, l'évolution de la technologie est aussi un phénomène aléatoire qui dépend du temps. Ainsi, les trois conditions étant bien remplies, nous pouvons donc justifier l'utilisation des options réelles dans ce type de projet d'investissement.

Or, en survolant la littérature, on s'aperçoit qu'il existe très peu d'applications de l'approche des options réelles aux investissements dans le secteur des investissements dans les infrastructures publiques en eau. Quelques études ont porté sur des projets privés ou sur des projets en

partenariat public-privé. Nous pouvons mentionner l'article de Chiara D'Alpaos et de Michele Moretto qui porte sur la valeur de la flexibilité dans le secteur des services d'eau italiens. D'autres travaux ont porté sur l'évaluation de la valeur de la modularité dans d'autres industries, comme l'article de Christian Gollier qui présente un modèle pour évaluer la valeur de la flexibilité dans le secteur électronucléaire. Ces articles ont servi de référence pour élaborer un modèle adapté au secteur des services municipaux d'eau potable.

L'objectif de ce travail sera donc de proposer un modèle qui illustre la pertinence de la théorie des options réelles dans l'évaluation de la valeur de la flexibilité des investissements modulaires dans le secteur des infrastructures municipales d'eau. Pour ce faire, nous procéderons en quatre étapes. En premier lieu, nous réaliserons une description détaillée des projets étudiés. Puis, nous identifierons et caractériserons les différentes sources d'incertitude liées au projet. En troisième lieu, nous identifierons les sources de flexibilité. Enfin, nous combinerons les éléments des deux étapes précédentes afin de déterminer la valeur du projet conditionnelle à une gestion optimale du projet.

2.1 Description du projet

Nous avons vu précédemment que la première étape du processus d'évaluation par la méthode des options réelles consiste à réaliser une description détaillée du projet. C'est précisément à cela que nous nous consacrerons dans cette section. N'ayant pas de projet réel en référence, nous allons baser l'évaluation sur un projet fictif qui servira d'exemple.

Supposons une municipalité dont les infrastructures ne suffisent plus pour répondre à la demande en eau potable. Pour faire face aux pénuries, les gestionnaires ont la possibilité d'acheter de l'eau potable à une municipalité voisine avec laquelle il existe une interconnexion des réseaux. Or, puisque les gestionnaires paient l'eau achetée à la municipalité voisine au même prix qu'ils la revendent (nous supposons une municipalité qui a recours à une tarification sur base de consommation), cette option n'est peut-être pas la plus optimale. Ainsi, les gestionnaires veulent évaluer d'autres options.

Sachant que la croissance future de la demande en eau risque d'être faible et incertaine, les gestionnaires des infrastructures doivent alors décider s'il est optimal d'investir dans l'accroissement de la capacité du système, à quel moment investir et l'ampleur de l'accroissement nécessaire. Puisque la variation de la demande est incertaine, les gestionnaires considèrent la possibilité de procéder aux investissements d'accroissement de la capacité de façon modulaire.

Afin d'évaluer la valeur incrémentale liée à un projet modulaire, les gestionnaires vont comparer la valeur de deux scénarios possibles.

- **Projet classique :** Les gestionnaires évaluent la valeur d'un premier projet qui consiste en un accroissement de la capacité des infrastructures municipale d'eau potable qui s'effectue en une étape. Les gestionnaires peuvent acheter de l'eau à la municipalité voisine jusqu'au moment où effectuer l'investissement devient optimal. Le jour où la capacité incrémentale ne suffit plus, ils ont alors l'option d'acheter la différence à la municipalité voisine.

- **Projet modulaire :** Les gestionnaires évaluent la valeur d'un projet qui consiste en l'accroissement de la capacité des infrastructures municipales d'eau potable de même ordre que dans le scénario 1, mais dans ce cas-ci, l'investissement se fait de manière séquentielle (en deux étapes). Similairement au projet classique, les gestionnaires peuvent acheter de l'eau à la municipalité voisine tant qu'ils n'ont pas complété la première phase de l'investissement et dans le cas où la capacité installée ne suffit plus.

2.1.1 Description détaillée du Projet Classique

Ce projet prévoit l'installation de trois puits, une station de pompage, un poste de chloration et un réservoir d'une capacité de 2 500 000 d'unités. Ceci permet aux gestionnaires d'accroître la production d'eau potable d'une quantité de 2 000 000 unités/jour. Nous supposons que les coûts construction et d'installation sont de 3 000 000 \$ (coût irrécupérable I).

Dans ce scénario, les gestionnaires ont deux possibilités : investir ou acheter de l'eau potable à une municipalité voisine. S'ils choisissent d'investir, les gestionnaires doivent déterminer le moment optimal pour investir, défrayer les coûts initiaux de l'investissement, assumer les coûts variables qui dépendent de la quantité d'eau produite et des coûts fixes qui eux dépendent de la capacité installée. Ainsi, il n'est pas souhaitable pour les gestionnaires d'investir en surcapacité par rapport à la demande puisqu'ils devront assumer les coûts fixes même s'ils ne produisent pas à pleine capacité. Si les gestionnaires choisissent de ne pas effectuer l'investissement, ils doivent quand même répondre à la demande excédentaire et vont devoir acheter de l'eau potable à une municipalité

voisine. Cette solution de rechange permet aux gestionnaires d'acheter le litre d'eau au prix auquel il est vendu.

Afin de simplifier notre analyse, nous supposons que la durée de vie du projet est infinie. Cette hypothèse n'est pas trop restrictive puisque la durée de vie de ce type d'équipement est très longue.

Puisque les gestionnaires peuvent choisir à tout moment pendant une période donnée (qui dans ce cas-ci est infinie) d'exercer leur option d'investir, ce problème est assimilable à une option américaine.

Cette solution de rechange représente un projet plus « classique » dans la mesure où dans ce cas-ci, les gestionnaires favorisent plutôt les économies d'échelles au détriment de la flexibilité. Ceci est dû au fait qu'en effectuant l'investissement d'accroissement de la capacité en une étape, les coûts de construction sont moindres que si le projet est installé en deux étapes. Par contre, ce cas de figure n'offre aucune flexibilité si l'évolution de la demande ne correspond pas aux attentes ou si une nouvelle technologie plus performante émerge.

2.1.2 Description détaillée du Projet Modulaire

Ce projet prévoit l'expansion de la capacité dont les caractéristiques sont analogues à celles du projet classique. Mais, dans ce cas-ci, l'expansion se fait de façon modulaire, en deux étapes (phase 1 et phase 2). Ainsi, après la première phase de l'investissement, la production d'eau potable est accrue d'une quantité de 1 000 000 d'unités/jours. Si les gestionnaires décident de

compléter la seconde phase de l'investissement, l'accroissement de la production d'eau potable sera alors équivalent à celui prévu par le scénario 1, soit de 2 000 000 u./j. Le réservoir construit lors de la phase 1 a une capacité de 1 250 500 litres, il en va de même pour celui de la phase 2.

Ce type de scénario semble très probable dans la mesure où les avancées technologiques permettent le développement de systèmes de production d'eau potable permettant l'accroissement de la capacité en procédant à des investissements séquentiels ou modulaires. Cette flexibilité technologique confère au projet une valeur supplémentaire et ce serait une erreur de ne pas la prendre en considération lors du choix d'investissement.

Nous supposons que les coûts construction et d'installation sont de 1 650 000 \$ pour la phase 1 (coût irrécupérable I_1) et de 1 550 000 \$ pour la phase 2 (coût irrécupérable I_2). Dans ce cas-ci, les gestionnaires doivent déterminer le moment optimal d'effectuer les deux phases de l'investissement. Ainsi, nous supposons que les deux options sont perpétuelles. Finalement, les gestionnaires peuvent opérer qu'une seule phase à la fois et les investissements doivent être effectués de façon séquentielle, où l'investissement pour la phase 1 doit être complété avant l'investissement pour la phase 2

2.2 Source d'incertitude

La deuxième étape d'une évaluation de projet par la méthode des options réelles consiste en l'identification des sources d'incertitude du projet. L'incertitude liée aux projets dans le secteur de l'eau peut prendre plusieurs formes; elle peut être liée à l'évolution de la demande, elle peut

découler de fluctuations des coûts de construction, elle peut venir de nouveaux développements technologiques, elle peut même découler des changements climatiques ou du cadre législatif national qui définit les prix de l'eau.

Bien qu'elle puisse prendre plusieurs formes, nous allons considérer que tout au long du projet, seule la demande est source d'incertitude. Cette source d'incertitude est considérée comme étant un facteur totalement exogène sur lequel les gestionnaires n'ont aucune influence. Ainsi, dans ce travail, la variation de la demande est le seul facteur pouvant influencer la valeur du projet et donc la décision d'investissement.

Il reste à choisir le processus aléatoire qui décrit le comportement dynamique de cette source d'incertitude. Cette étape est extrêmement importante puisqu'un mauvais choix de processus mènerait à des décisions erronées quant aux choix d'investissements.

Nous avons choisi de décrire l'évolution de la demande par un mouvement brownien géométrique (MBG). Ce processus stochastique sert à estimer la valeur d'une variable aléatoire en simulant plusieurs fois des parcours possibles de la variable, en s'assurant que chacune de ses simulations soit indépendante, et ensuite on prend la moyenne de ses simulations pour arriver à une valeur estimée de la variable. Le MBG donne un résultat toujours positif puisque la variable aléatoire est déterminée dans l'ensemble des réels positifs.

Ce processus nous permet d'exprimer l'évolution de la demande comme la somme de deux éléments : une composante déterministe qui

fonde le caractère prédictif des événements (représenté par le taux de croissance anticipé de la demande) et une composante aléatoire qui représente le caractère imprévisible de l'évolution de la demande.

$$dD_t = \mu D_t dt + \sigma D_t dz \quad \text{où } dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad \text{et } \varepsilon \sim N(0,1)$$

Où,

PARAMÈTRES	DESCRIPTION
D_t	Demande aléatoire estimée au temps t
σ	Volatilité de la demande
μ	Taux de croissance de la demande
dz	Processus de Wiener avec moyenne nulle et variance égale à un

Les variations de la variable D_t seront distribuées selon une loi log normale. Le processus est caractérisé par une partie qui représente la volatilité ($\sigma D_t dz$) et l'autre partie représente la tendance ($\mu D_t dt$), ce qui permet d'estimer la variable aléatoire avec une certaine précision à la suite de simulations répétées.

Ce type d'investissement fait face à plusieurs autres sources d'incertitudes. Cette incertitude pourrait découler de la possibilité de l'émergence de nouvelles technologies plus performantes dans le domaine de la purification de l'eau. Afin de prendre en compte cette possibilité, sans toutefois alourdir le modèle, nous avons choisi de traduire cette réalité en décrivant les coûts variables comme étant décroissants dans le temps (tendance déterministe). Ainsi, plus les gestionnaires attendent avant d'investir, plus les coûts variables seront moins élevés.

Une autre source d'incertitude est l'évolution du cadre législatif concernant les prix. L'adoption du concept de recouvrement des coûts dans l'élaboration de la tarification de l'eau est de plus en plus acceptée. Ainsi, nous pouvons supposer que les prix de l'eau vont continuer à croître dans l'avenir afin qu'ils puissent mieux couvrir les coûts. Or, comme l'eau est un service public, il apparaît comme raisonnable de croire que la hausse du prix de l'eau se fera de manière graduelle. Nous allons donc supposer que le prix d'une unité d'eau potable croît au rythme de 3 % par année.

2.3 Source de flexibilité

La troisième étape du processus d'évaluation est l'identification des sources de flexibilité. Comme mentionné précédemment, il existe plusieurs types d'options réelles. Nous supposons ici que dans le cas du scénario 1, les gestionnaires ont une seule option, soit l'option de retarder l'investissement.

Dans le cas du scénario 2, nous supposons que les gestionnaires ont deux options. La première option consiste à décider à quel moment compléter la première phase de l'investissement. Ainsi, les gestionnaires ont donc l'option de retarder la première phase de l'investissement. Une fois que la première phase est complétée, les gestionnaires ont alors une option de croissance puisqu'ils peuvent décider à quel moment procéder à la seconde phase de l'investissement. Ainsi, les gestionnaires ont l'option de retarder la seconde phase si les conditions ne sont pas favorables. En choisissant cette stratégie, les gestionnaires pourront faire usage de l'information supplémentaire qui sera révélée dans le futur.

Ces deux options sont assimilables à des options américaines dans la mesure où la décision de faire l'investissement peut être prise en tout temps.

2.4 Détermination de la valeur de la modularité de l'investissement

Maintenant que nous avons décrit le projet et nous avons identifié les différentes sources d'incertitude et de flexibilité, il reste maintenant à évaluer la valeur incrémentale qui découle de la modularité de l'investissement.

Afin de mesurer la valeur incrémentale qui découle de la modularité, nous allons évaluer la valeur d'un projet indivisible qui implique l'accroissement de la capacité du système d'eau potable (projet classique) qui serait équivalent à l'accroissement de la capacité en deux étapes (projet modulaire). Ce cas-ci nous permettra de comparer la valeur du projet modulaire à un projet non -modulaire ce qui nous permettra d'identifier la valeur incrémentale qui découle de la modularité.

2.4.1 Évaluation de la valeur du Projet Classique

La valeur du projet d'accroissement de la capacité des infrastructures municipales d'eau potable qui s'effectue en une étape est donnée par la valeur la plus élevée des deux valeurs suivantes : la valeur d'effectuer l'investissement et la valeur espérée s'ils attendent encore et continuent à acheter de l'eau d'une municipalité voisine.

Indépendamment de la décision d'investir ou non, le flux de recettes actualisées perçues par la municipalité est :

Recettes :

$$\int_0^{\infty} D(t) * P(t) * e^{-rt} dt$$

Où D représente la demande exprimée en u. d'eau et P est le prix de l'eau par u.

Si la municipalité choisit de ne pas effectuer l'investissement, son flux de coûts est alors équivalent au flux de recettes. Ainsi, la valeur actualisée nette de cette option est donc zéro. Si la municipalité décide d'effectuer l'investissement, on peut alors décrire le flux actualisé des dépenses par l'expression suivante :

Dépenses :

$$I * e^{-rt} dt + \int_{t^*}^{\infty} c_v(t) * D(t) * e^{-rt} dt + \\ 2 \int_{t^*}^{\infty} c_f(t) * Q * e^{-rt} dt + \int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} P(t) * \max(D(t) - 2q, 0) dt$$

Où le premier terme représente les coûts d'investissement ; le deuxième terme représente les coûts variables liés à la production de l'eau ; le troisième terme illustre les coûts fixes liés à l'entretien des nouvelles infrastructures d'eau et finalement le dernier terme illustre la possibilité que la capacité de production (q) ne suffise pas malgré les investissements et que les gestionnaires aient à acheter de l'eau à la municipalité voisine. Nous

définissons t^* comme le moment où les gestionnaires décident d'investir dans l'accroissement de la capacité de production d'eau potable.

La valeur du projet peut alors être exprimée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1(t^*) = & \int_{t^*}^{\infty} D(t)P(t)e^{-rt} dt - Ie^{-rt^*} - \int_{t^*}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt - 2 \int_{t^*}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt - \\ & \int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} P(t) \max\{D(t) - 2q; 0\} dt \end{aligned}$$

La valeur du projet est maximisée par l'expression suivante :

$$F_1 = \max\left\{\max_{t^*} E_0 \tilde{F}_1(t^*); 0\right\}$$

Ainsi, les gestionnaires cherchent la date qui leur permet de maximiser la valeur du projet d'investissement sachant qu'il est possible de continuer d'acheter de l'eau potable à la municipalité voisine. Tous les calculs d'espérances sont présentés à l'annexe A.

2.4.2 Évaluation de la valeur du Projet Modulaire

Comme vues précédemment, deux options interdépendantes composent la valeur de ce projet. Ces options sont qualifiées d'interactives puisqu'elles exercent une influence les unes sur les autres. En effet, quand un projet comprend plusieurs phases, les options futures confèrent de la valeur aux précédentes. C'est pour cela que l'évaluation des options futures doit être faite avant celle des options présentes (Boyer *et al.*, 2003). La

résolution du problème se fera donc à l'aide d'un algorithme en procédant à rebours. Nous devons d'abord établir si oui et quand il est optimal d'investir dans la phase 2. Ensuite, il faut déterminer le moment auquel il est optimal de compléter la phase 1 du projet. Finalement, la valeur de l'investissement pourra être calculée, puisqu'elle est fonction de la valeur des options subséquentes. L'intuition derrière cette façon de procéder est résumée par le principe de Bellman : "An optimal policy has the property that, whatever the initial action, the remaining choices constitute an optimal policy with respect to the subproblem starting at the state that results from the initial actions." Afin de modéliser le problème, nous allons utiliser une version simplifiée du modèle de McDonald et Siegel (1986).

Mais comment évaluer cette option? Dans le cas des options réelles, on peut utiliser soit la méthode des arbres décisionnels avec optimisation des décisions aux différents nœuds soit la méthode de programmation dynamique. La Programmation Dynamique est une méthode exacte de résolution de problèmes d'optimisation séquentielle, que l'on doit essentiellement à R. Bellman (1957). Bien que très puissante, son cadre d'application est relativement restreint, dans la mesure où les problèmes qu'elle adresse doivent vérifier le principe d'optimalité. Comme l'expliquent Boyer *et al.* (2003), la programmation dynamique cherche à maximiser une fonction de valeur stochastique qui peut être interprétée comme la valeur du projet et qui dépend de décisions qui doivent être prises de façon optimale dans l'avenir. C'est la méthode que nous allons utiliser dans ce travail.

2.4.2.1 Évaluation de la valeur de la phase 2 du Projet Modulaire

Nous devons maintenant établir la valeur de l'option de croissance. Cette option est une option d'achat puisque les gestionnaires qui exercent cette option obtiennent, à un coût fixé d'avance I_2 , l'accroissement de la capacité du réseau dont la valeur est stochastique.

Il s'agit dès lors, d'établir comment évaluer la valeur de la phase 2 du projet. Or, quels sont les bénéfices et les coûts liés à la phase 2 du projet? Nous posons que : si les gestionnaires investissent à la date t^{**} dans la phase 2 du projet modulaire sachant que la phase 1 a été déjà réalisée à la date antérieure t^* , les cash flows aléatoires actualisés à la date 0 sont :

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{22}(t^*, t^{**}) = & \int_{t^*}^{\infty} D(t)P(t)e^{-rt} dt - I_2 e^{-rt^{**}} - \int_{t^*}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt - \int_{t^{**}}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt - \\ & \int_{t^*}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt - \int_{t^{**}}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt - \int_{t^*}^{t^{**}} e^{-rt} P(t) \max\{D(t) - q; 0\} dt - \\ & \int_{t^{**}}^{\infty} e^{-rt} P(t) \max\{D(t) - 2q; 0\} dt \end{aligned}$$

Où le premier terme illustre les revenus qui découlent de la vente de l'eau, le deuxième terme représente les coûts d'investissement, le troisième terme illustre la part des dépenses liées aux coûts variables qui résultent de la phase 1 de l'investissement, le quatrième terme est la part des dépenses liées aux coûts variables qui résultent de la phase 2 de l'investissement, le cinquième et le sixième terme illustre les dépenses qui découlent des coûts fixes liées aux phases 1 et 2 respectivement et les deux derniers termes représentent la portion des dépenses liées aux coûts d'acheter de l'eau à la

communauté voisine si la première phase ne suffit pas (avant de compléter la phase 2) et similairement si la deuxième phase ne suffit pas.

La date t^{**} sera choisie de sorte que la valeur de cette phase du projet soit maximale conditionnellement au passé. Remarquons que ceci englobe l'option de ne jamais investir dans la seconde phase, c'est à dire $t^{**}=\infty$. Dans ce cas, la valeur du projet est réduite à:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{22}(t^*, t^{**}) = & \int_{t^*}^{\infty} D(t)P(t)e^{-rt} dt - \int_{t^*}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt - \int_{t^*}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt - \\ & \int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} P(t) \max\{D(t) - q; 0\} dt \end{aligned}$$

2.4.2.2 Évaluation de la valeur de la phase 1 du Projet Modulaire

Si les gestionnaires investissent dans la phase 1 du projet modulaire à la date t^* , ceci donne naissance à l'option de pouvoir entreprendre la seconde phase du projet. Si on impute toutes les recettes et les coûts avant t^* à la phase 1, on a les cash flows suivants :

$$\tilde{F}_{21}(t^*) = -I_1 e^{-rt^*}$$

Ceci est vrai puisque l'achat d'eau à la municipalité voisine avant de faire l'investissement est de somme nulle; l'eau est achetée et vendue au même prix.

Il s'agira donc pour les gestionnaires de déterminer les temps d'arrêts t^{**} et t^* qui maximisent la valeur totale du projet modulaire. D'autre part, investir

dans le projet modulaire n'est envisageable que si sa valeur excède zéro. On a donc :

$$F_2 = \max \left\{ \max_{t^*, t^{**}} E_0 \left\{ \tilde{F}_{21}(t^*) + \tilde{F}_{22}(t^{**}) \right\}, 0 \right\}$$

Où le premier terme de l'addition est la valeur de l'investissement de la phase 1 du projet et le deuxième terme est la valeur de l'option de croissance qui découle de la possibilité d'investir dans la phase 2 du projet. De plus, nous comparons cette valeur à zéro parce que la valeur de réserve (ne pas effectuer l'investissement) est zéro puisque la municipalité devra acheter l'eau au même prix qu'elle la vend. Tous les calculs des espérances sont présentés à l'annexe A.

CHAPITRE 3 : DESCRIPTION DES DONNÉES

Dans le chapitre qui précède, nous avons développé un modèle simple d'évaluation des projets d'investissement dans le secteur des infrastructures de production d'eau potable. Nous avons vu que certaines informations spécifiques particulières au projet sont nécessaires; telles que le taux de croissance anticipée de la demande, les différents coûts fixes et variables, la volatilité du projet, etc. Ainsi, dans ce chapitre, nous décrirons les données utilisées afin d'obtenir les paramètres du modèle. Malgré les nombreuses simplifications, nous croyons que ces estimations offrent une alternative simple pour appliquer le modèle d'évaluation des investissements développé dans le chapitre précédent.

Lorsque les gestionnaires considèrent un investissement dans l'accroissement de la capacité de production d'eau potable, ils fondent leur décision sur leurs anticipations de l'évolution future de la demande d'eau. Les gestionnaires sont donc confrontés à l'incertitude liée à la variation de la demande d'eau lorsqu'ils doivent prendre la décision. Comme nous l'avons souligné précédemment, l'incertitude peut avoir des conséquences importantes dès lors que la décision d'investir est irréversible puisqu'elle implique des coûts irrécupérables.

Nous avons supposé que le comportement dynamique de la demande d'eau suit un mouvement brownien géométrique. Ce processus aléatoire est caractérisé par une tendance et une volatilité. N'ayant pas de projet précis en tête, nous allons supposer que la tendance est de 2,5 % annuellement. Cette valeur semble plausible dans la mesure où nous supposons que, l'accroissement de la demande qui découle de l'accroissement de la

population ou de l'activité économique sera compensé, en partie, par la baisse de la demande en eau qui découle de l'accroissement du prix de l'eau. Il en résulte un taux de croissance très faible. Quant à la volatilité, qui exprime le caractère plus ou moins imprévisible de la variation de la demande, nous la supposons à 20 % pour débiter amorcer notre analyse.

Pour ce qui est des coûts de construction, des coûts variables et fixes et du taux d'intérêt à appliquer, nous nous sommes basés sur une étude de l'Institut national de la recherche scientifique – Centre Eau, Terre et Environnement, publiée en 2006 qui cherche à estimer le coût total associé à la production d'eau potable pour la ville de Québec. Le tableau suivant résume tous les paramètres de notre modèle.

Tableau 1. Paramètres du modèle

PARAMÈTRES	DESCRIPTION	VALEUR
I	Investissement pour le projet classique	3 000 000 \$
I_1	Investissement pour la phase 1 du projet modulaire	1 650 000 \$
I_2	Investissement pour la phase 2 du projet modulaire	1 550 000 \$
D_0	Demande initiale à combler	1 500 000 u. / jour
μ	Taux de croissance anticipée de la demande d'eau	2,5 %
σ	Variance de la demande	20 %
P_0	Prix initial du l	2.85 \$ /u.
π_p	Taux de croissance du prix	3 %
q	Capacité de stockage incrémentale installée	2 500 000 u.
Q	Capacité de production incrémentale installée	1 000 000 u./j.
c_v	Coût variable initial	0.20\$ /u.
π_v	Taux de croissance des coûts variables	- 3 %
c_f	Coût fixe initial	0.75 \$ /u.
π_f	Taux de croissance des coûts fixes	4 %
R	Taux d'intérêt	9 %

Ajoutons quelques précisions :

- Nous entendons par « Demande initiale à combler » la quantité de litres que la municipalité n'est pas en mesure de fournir. Ainsi, quand

nous parlons de demande dans ce rapport, nous faisons allusions à la demande non -desservie et non pas la demande totale d'eau.

- Nous supposons que les coûts fixes sont croissants dans le temps (tendance déterministe) pour prendre en compte la dépréciation des équipements ainsi que les coûts de maintien qui pourraient en découler.
- Nous supposons que les coûts variables sont décroissants dans le temps (tendance déterministe) pour prendre en compte les développements technologiques qui pourraient faire baisser les coûts de production de l'eau potable.

CHAPITRE 4 : ÉVALUATION ET ANALYSE DE SENSIBILITÉ

Le travail effectué dans les chapitres précédents nous a permis de développer un modèle simple d'évaluation des investissements dans le secteur des infrastructures de production d'eau potable ainsi que de décrire les données et paramètres utilisés dans ce modèle. L'objectif de ce chapitre sera donc de réaliser quelques simulations. À partir de ces résultats, nous serons en mesure de déterminer si notre intuition s'avère exacte; c.-à-d. si la modularité crée de la valeur. De plus, nous serons en mesure de déterminer l'influence d'une variation des paramètres sur la valeur du projet d'investissement.

Un programme de résolution numérique a été rédigé dans MATLAB afin d'obtenir, par itération à rebours, les dates d'investissement qui maximisent la valeur des deux projets étudiés.

4.1 Évaluation

Nous allons maintenant évaluer la valeur de projet modulaire et du projet classique, et nous allons déterminer les dates optimales pour effectuer les différents investissements.

Dans le contexte des paramètres que nous avons choisis, les résultats obtenus sont :

Tableau 2. Résultats de l'évaluation des deux projets

Délai optimal avant le premier investissement modulaire (t_1)	9 ans
Délai optimal avant le deuxième investissement modulaire (t_2)	9 ans
Valeur du projet modulaire (F_2)	49 781 000 \$
Délai optimal avant l'investissement classique (T)	12 ans
Valeur du projet classique (F_1)	39 859 000 \$
Valeur de la flexibilité	9 922 000 \$

Ainsi, selon les résultats de la première simulation, nous obtenons qu'il est optimal d'investir dans la première phase de l'investissement modulaire environs 9 ans après la date de début de l'évaluation. Ensuite, il faut attendre un autre 9 ans avant de compléter la seconde phase de l'investissement modulaire. La valeur du projet modulaire est de 49 781 000 \$.

Quant au projet classique, le modèle nous indique qu'il faut attendre 12 ans avant d'investir dans le projet et que la valeur maximale de ce projet est de 39 859 000 \$.

Notre intuition est donc confirmée ; la modularité confère de la valeur incrémentale au projet d'investissement ; et ce malgré les économies d'échelles liées au projet classique. La valeur de la flexibilité additionnelle associée à la possibilité de différer une phase de l'investissement correspond donc à presque 10 Millions de dollars. Ce modèle démontre bien comment les différents types d'option bonifient la valeur du projet.

4.2 Analyses de sensibilité

Reprenons maintenant le même exercice en faisant varier les paramètres que devront estimer les gestionnaires avant de procéder à l'évaluation de ces projets. Ces paramètres sont la volatilité et la tendance. Nous allons les faire varier un à la fois afin d'isoler leur influence sur les résultats.

1. Dans le premier cas, nous allons faire varier la volatilité de la demande, ceteris paribus.

Nous obtenons alors comme résultats pour $\sigma = 20 \%$, $\sigma = 30 \%$ et $\sigma = 40 \%$:

Tableau 3. Résultats de l'analyse de sensibilité à la volatilité

	$\sigma = 20 \%$ (Scénario de référence)	$\sigma = 30 \%$	$\sigma = 40 \%$
T_1	9 ans	12 ans	14 ans
T_2	9 ans	12 ans	14 ans
F_2	49 781 000 \$	44 881 000 \$	41 556 000 \$
T	12 ans	15 ans	17 ans
F_1	39 859 000 \$	36 226 000 \$	33 745 000 \$
Valeur de la Flexibilité	9 922 000 \$	8 655 000 \$	7 811 000 \$

Ces résultats sont très intéressants puisqu'ils nous indiquent le contraire de ce que prédit la théorie des options réelles. En effet, dans les modèles les plus souvent utilisés et cités, la volatilité est associée aux différents flux monétaires. Dans ce cas, elle a un effet positif sur la valeur des options réelles. Ceci découle du fait qu'elle permet une exposition à plus de possibilités, ce qui, logiquement, en augmente la valeur. Les options permettent de capitaliser sur les opportunités et profiter des occasions favorables et de se protéger contre les variations défavorables au projet qui peuvent survenir selon les variations du marché. Comme l'option donne un droit et non une obligation, c'est seulement la partie positive de la volatilité qui affecte influence la valeur de l'option réelle, ce qui en augmente la valeur.

Or, dans notre modèle, la volatilité est associée à la fois aux flux monétaires, mais aussi aux coûts variables (puisque les coûts variables dépendent de la demande). Ainsi, son effet positif la valeur de l'option est mitigé par son impact sur les coûts. Dans le cas de notre étude, l'effet négatif sur la valeur prend le dessus (voir annexe pour graphiques illustrant l'impact de la variance sur les résultats).

2. Nous allons maintenant faire varier la tendance, ceteris paribus.

Nous obtenons alors comme résultats pour $\mu = 1,5 \%$ et $\mu = 3,5 \%$:

Tableau 4. Résultats de l'analyse de sensibilité à la tendance

	$\mu = 2,5 \%$ (Scénario de référence)	$\mu = 1,5 \%$	$\mu = 3,5 \%$
t_1	9 ans	2 ans	15 ans
t_2	9 ans	2 ans	15 ans
F_2	49 781 000 \$	37 559 000 \$	80 737 000 \$
T	12 ans	6 ans	17 ans
F_1	39 859 000 \$	24 018 000 \$	73 296 000 \$
Valeur de la fFlexibilité	9 922 000 \$	13 541 000 \$	7 441 000 \$

Ces résultats sont aussi très intéressants dans la mesure où ils sont contre-intuitifs. En effet, on s'attendrait à ce que la hausse de la tendance fasse accélérer l'adoption du projet et vice-versa. Or, on observe que, plus la tendance est grande plus on reporte l'investissement. Ceci peut s'expliquer

par le fait que la hausse du taux de croissance hausse la variance de la demande d'eau.

Si :

$$dD_t = \mu D_t dt + \sigma D_t dz$$

Alors, nous avons que :

$$Var(D_t) = D_0^2 e^{2\mu t} \times (e^{\sigma^2 t} - 1)$$

Puisque la variance de la demande d'eau est plus élevée, il y a plus d'incertitude ce qui nous mène à reporter l'investissement afin d'obtenir plus d'informations. De plus, comme la demande affecte à la fois les recettes et les coûts, l'effet de la hausse du taux de croissance de la demande n'a pas l'effet escompté sur les dates d'investissement. Par contre, une hausse du taux de croissance de la demande mène à l'accroissement de la valeur des deux projets.

3. Nous allons maintenant faire varier l'ampleur des économies d'échelles, ceteris paribus.

Nous obtenons alors comme résultats pour $I = 3\,000\,000$ et $I = 2\,500\,000$:

Tableau 5. Résultats de l'analyse de sensibilité aux économies d'échelles

	I=3 000 000 \$ (Scénario de référence)	I = 2 500 000	I =2 000 000
t_1	9 ans	9 ans	9 ans
t_2	9 ans	9 ans	9 ans
F_2	49 781 000 \$	49 781 000 \$	49 781 000 \$
T	12 ans	12 ans	12 ans
F_1	39 859 000 \$	40 029 000 \$	40 201 000 \$
Valeur de la fFlexibilité	9 922 000 \$	9 752 000 \$	9 580 000 \$

Ces résultats renforcent l'idée que la modularité est créatrice de valeur. Même dans le scénario où le coût d'investissement pour le projet classique est presque équivalent au coût d'investissement de la première phase de l'investissement modulaire, la valeur du projet modulaire est quand même plus grande que la valeur du projet classique. Ainsi, malgré d'importantes économies d'échelles liées au projet classique, la possibilité de reporter la seconde phase d'investissement confère au projet modulaire beaucoup de valeur.

CONCLUSION

L'évaluation des projets d'investissement dans le secteur de la production d'eau potable soulève d'importantes difficultés : non seulement faut-il prédire l'évolution de données telle que la demande d'eau ou des coûts de production, mais il faut aussi choisir parmi un grand nombre de possibilités technologiques. L'objectif de ce rapport était donc de démontrer comment des gestionnaires municipaux, qui font face à des problèmes d'insuffisances au niveau de leurs infrastructures de production d'eau potable, peuvent évaluer différents types de projets et d'options.

Comme nous l'avons vu, l'approche des options réelles permet de mieux évaluer les bénéfices et les coûts que génèrent l'adoption de différents types de projets. De plus, cette approche nous permet de mieux évaluer la valeur de la flexibilité offerte par les différentes options. En effet, comme la future décision de poursuivre ou d'abandonner une phase du projet modulaire dépendra des conditions du marché du moment, l'utilisation des règles d'actualisation classiques ne suffit plus à résoudre le problème immédiat des gestionnaires.

À partir de la méthode des options réelles, nous avons calculé la valeur de deux projets d'investissement dans l'accroissement de la capacité de production d'eau potable. L'analyse d'un projet modulaire et d'un projet classique nous a permis de démontrer que la flexibilité, l'incertitude et l'irréversibilité peuvent exercer une influence déterminante sur la valeur d'un projet d'investissement. En effet, la prise en considération de ces caractéristiques conduit les gestionnaires à arbitrer entre acheter de l'eau à la

municipalité, investir dans un projet classique et investir dans un projet modulaire.

Les résultats de notre analyse démontrent clairement que la possibilité de pouvoir reporter une part de l'investissement dans l'accroissement de la capacité de production d'eau potable dans un contexte où l'évolution du taux de croissance de la demande d'eau est incertaine ajoute de la valeur au projet. Cette étude fait ressortir l'ampleur de valeur associée à la modularité. Nous avons démontré que parce qu'un investissement modulaire autorise une flexibilité permettant de s'adapter à l'incertitude, il est préféré à un investissement irréversible de grosse capacité même si les coûts d'investissement sont plus importants. Ainsi, il apparaît que dans un environnement incertain, l'équipement le moins cher n'est pas forcément celui qui maximise l'espérance de profit des gestionnaires.

Signalons quelques limites de ce travail ainsi que les extensions possibles qui y sont associées. Il est important de noter que notre travail diffère des études normalement effectuées dans le cadre la théorie d'options réelles. En effet, normalement le risque et l'incertitude sont liés aux cashflows. Dans notre projet, ils sont plutôt liés à la demande d'eau qui affecte influence à son tour à la fois les revenus et les coûts. À cause de cette particularité, nous n'arrivons pas aux mêmes conclusions par rapport à l'impact du risque et de l'incertitude sur nos résultats. Or, comme l'objectif de cette étude n'est pas de mettre l'emphasis l'accent sur la gestion du risque, mais plutôt d'évaluer la valeur liée à la flexibilité dans un environnement incertain, cette différence d'interprétation ne pose pas problème.

Pour ce qui est des extensions possibles, nous avons dans notre modèle choisi d'omettre les coûts liés au réseau d'acheminement de l'eau potable. Dans un contexte où le coût de l'eau potable municipale doit comprendre le coût de transporter cette eau, cette hypothèse n'est guère réaliste. Ainsi, il sera intéressant de compléter ce modèle en y incluant les contraintes du réseau d'acheminement de l'eau potable. Il est possible que la valeur incrémentale qui découle de projets modulaires ne soit pas suffisante pour pallier aux les coûts supplémentaires nécessaires pour adapter les canalisations. Nous avons aussi fait l'hypothèse simplificatrice que le prix auquel on achète l'eau à la municipalité voisine est le même auquel on la vend. Or, il se peut que le prix d'achat soit incertain. Dans un tel scénario, il faudrait caractériser les trajectoires possibles du prix d'achat par un mouvement stochastique.

Enfin, nous avons fait l'hypothèse que les options de construction des différents projets et la durée de vie de l'équipement étaient infinies. Il serait intéressant de voir si cette hypothèse affecte vraiment les ordres de grandeurs de la valeur des différents projets ou les conclusions que nous avons tirées.

Finalement, la valorisation par options réelles permet aux gestionnaires de quantifier leur intuition quant à la valeur de la flexibilité. Cette étude démontre clairement que la flexibilité est une source créatrice de valeur dans un environnement volatil.

RÉFÉRENCES

BOYER, M., CHRISTOFFERSE, P., LASSERRE, P., ET PAVLOV, A. Création de valeur, gestion des risques et options réelles. Rapport Bourgogne. CIRANO. 2003.

BOYER, M. Notes de cours. Université de Montréal. 2005.

DIXIT, A. et PINDYCKS, R. Investment under uncertainty. Princeton New Jersey : Princeton University Press. 468p. 1994.

LAUTIER, D. Les options réelles : une idée séduisante – un concept utile et multiforme – un instrument facile à créer mais difficile à valoriser. Université Paris IX. 2001.

MADJ, S. et PINDYCKS, R. Time to build option value, and investment decisions, *Journal of Financial Economics*. 18. 1987.

MCDONALD, R. et SIEGEL, D. The value of waiting to invest. *Quarterly Journal of Economics*. 101(4). 1987. 707-727.

TRIGEORGIS, L. The nature of option interactions and the valuation of investments with multiple real options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 28:1. 1-20.

WANG, T. et DE NEUFVILLE, R. Identification of Real Options ‘in’ projects. 16th. Annual International Symposium of the International Council on Systems Engineering (INCOSE) Orlando, 2006.

DE NEUFVILLE, R. et SCHOLTES, S. Maximizing Value from Large Projects: Implementing Flexibility in Public-Private Partnerships, Briefing Paper, 2006.

DE NEUFVILLE, R. Applications of Real Options. Engineering Systems Analysis for Design. 2002.

TAVERDET-POPIOLEK, N. Guide du choix d’investissement. Éditions d’Organisation. 2006.

MINISTÈRE DES AFFAIRES MUNICIPALES ET DES RÉGIONS. Guide d’élaboration d’un plan d’intervention pour le renouvellement des conduites d’eau potable et d’égout. 2005.

FIORE, K. Irréversibilité Mixte et Modularité : Une application à l'investissement électronucléaire. Documents de recherche du Centre d'Analyse Économique. 2005.

LANGLOIS, R.N. Modularity in technology and organization. *Journal of Economic Behavior and Organization*. vol. 49, p. 19-37. 2000.

GOLLIER, C., PROULT D., THAIS F. ET WALGENWITZ, G. Choice of nuclear power investments under price uncertainty : valuing modularity. World Energy Congress. Sydney, Australia. 2004.

DENANT-BOÉMONT, L. ET HAMMICHE, S. Gains d'information du décideur public et valeur d'option des grands projets d'infrastructure. *Économie et prévision*. vol. 143-144. p. 139-153. 2000.

ENVIRONNEMENT CANADA . Menaces pour la disponibilité de l'eau douce au Canada. 2002. <http://www.nwri.ca/threats2full/ch5-1-f.html>.

STEVENS, B. Évaluer les risques. *L'Observateur de l'OCDE*. n° 254. mars 2006. http://www.observeurocde.org/news/fullstory.php/aid/1585/%C9valuer_les_risques_.html.

DUCHESNE, S. ET VILLENEUVE, J.P. Estimation du coût total associé à la production d'eau potable : Cas d'application de la ville de Québec. INRS-Eau, Terre et Environnement. 2005.

NATIONAL WATER USE DATABASE. Municipal water use, Sewerage, Metering & Pricing . Water and Habitat conservation Branch Canadian Wildlife Service Environment Canada. March 1994.

BARRAQUÉ, B. Gestion de l'eau : le point de vue d'un spécialiste. *Environnement et Société*. n°25. Fondation Universitaire Luxembourgeoise. 2001.

CLARK, E. et MONDELLO, G. Regulating natural monopolies : The case of drinking water in France. *Environmental and Resource Economics*. Vol 15 No 2. p.103-113. 2000.

BOYER, M., PATRY, M. ET TREMBLAY, P. J. La Gestion déléguée de l'eau : les enjeux. Cyrano, Montréal, p. 52. 1999.

RAMIREZ, N. Valuing Flexibility in Infrastructure Developments: The Bogotá Water Supply Expansion Plan. Master of Science Thesis, Technology and Policy Program, MIT. Cambridge, MA. 2002.

POQUET, G. La baisse de la consommation d'eau dans les grandes villes: moins d'usines et des économies de gestion. Centre de Recherche pour l'Étude et L'observation des conditions de Vie. N. 170. 2003.

CANADA, Secrétariat du Conseil du Trésor du Canada. *Guide de l'analyse avantages-coûts*, ministère des Approvisionnements et Services, 1998.

ANNEXE A

=====

Cette annexe résume les calculs des valeurs des différentes options.

PROJET MODULAIRE:

1.1 Si les gestionnaires investissent à la date t^{**} dans la phase 2 du projet modulaire sachant que la phase 1 a été déjà réalisée à la date antérieure t^* , les cash flows aléatoires actualisés à la date 0 sont :

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{22}(t^*, t^{**}) = & \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} D(t)P(t)e^{-rt} dt}_{A_1(t^*)} - I_2 e^{-rt^{**}} - \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt}_{A_2(t^*)} \\ & - \underbrace{\int_{t^{**}}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt}_{A_2(t^{**})} - \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt}_{A_3(t^*)} - \underbrace{\int_{t^{**}}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt}_{A_3(t^{**})} \\ & - \underbrace{\int_{t^{**}}^{\infty} e^{-rt} P(t) \max\{D(t) - 2q; 0\} dt}_{A_4(t^{**}, 2q)} - \underbrace{\int_{t^*}^{t^{**}} e^{-rt} P(t) \max\{D(t) - q; 0\} dt}_{A_4(., t^*, q) - A_4(., t^{**}, q)} \end{aligned}$$

La date t^{**} sera choisie de sorte que la valeur de cette phase du projet soit maximale conditionnellement au passé. Remarquons que ceci englobe l'option de ne jamais investir dans la seconde phase, c'est à dire $t^{**} = \infty$. Dans ce cas, la valeur du projet est réduite à:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{22}(t^*, t^{**}) = & \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} D(t)P(t)e^{-rt} dt}_{A_1(t^*)} - \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt}_{A_2(t^*)} \\ & - \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt}_{A_3(t^*)} - \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} P(t) \max\{D(t) - q; 0\} dt}_{A_4(t^*, q)} \end{aligned}$$

1.2. Si les gestionnaires investissent dans la phase 1 du projet modulaire à la date t^* , ceci donne naissance à l'option de pouvoir entreprendre la seconde phase du projet. Si on impute toutes les recettes et les coûts avant t^* à la phase 1, on a les cash flows suivants:

$$\tilde{F}_{21}(t^*) = -I_1 e^{-rt^*}$$

Il s'agira donc pour les gestionnaires de déterminer les temps d'arrêts t^* et t^{**} qui maximisent la valeur totale du projet modulaire. D'autre par, investir

dans le projet modulaire n'est envisageable que si sa valeur excède zéro. On a donc:

$$F_2 = \max \left\{ \max_{t^*, t^{**}} E_0 \left\{ \tilde{F}_{21}(t^*) + \tilde{F}_{22}(t^{**}) \right\} , 0 \right\}$$

PROJET CLASSIQUE:

Le projet classique consiste en un projet unique d'investissement dans une grande capacité.

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1(t^*) = & \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} D(t)P(t)e^{-rt} dt}_{A_1(t^*)} - \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} c_v(t)D(t)e^{-rt} dt}_{A_2(t^*)} \\ & - 2 \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} c_f(t)Qe^{-rt} dt}_{A_3(t^*)} - \underbrace{\int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} P(t) \max \{D(t) - 2q; 0\} dt}_{A_4(t^*, 2q)} \end{aligned}$$

Le projet est valorisé à:

$$F_1 = \max_{t^*} E \left[\tilde{F}_1(t^*) \right]$$

Les calculs d'espérance

=====

Dans la suite, nous calculons explicitement les espérances des dépenses et recettes. Faisons les hypothèses suivantes:

$$\frac{dP(t)}{P(t)} = \pi_p dt \iff P(t) = P(0)e^{\pi_p t}$$

$$\frac{dD(t)}{D(t)} = \mu dt + \sigma dB_t$$

Ainsi, nous avons:

$$D(t) = D(0) \exp \left\{ (\mu - \sigma^2/2)t + \sigma B(t) \right\}$$

$$\frac{dc_v(t)}{c_v(t)} = -\pi_v dt \iff c_v(t) = c_v(0)e^{-\pi_v t}$$

$$\frac{dc_f(t)}{c_f(t)} = \pi_f dt \iff c_f(t) = c_f(0)e^{\pi_f t}$$

Évaluons les différentes espérances.

$$\begin{aligned}
E_{t^*} [A_1(t^*)] &= E_{t^*} \left[\int_{t^*}^{\infty} D(t)P(t)e^{-rt}dt \right] \\
&= E_{t^*} \left[P(t^*)D(t^*) \int_{t^*}^{\infty} \exp \left\{ \left(\mu + \pi_p - \frac{\sigma^2}{2} \right) (t - t^*) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sigma (dB(t) - dB(t^*)) \right\} e^{-rt} dt \right] \\
&= e^{-rt^*} P(t^*)D(t^*) E \left[\int_{t^*}^{\infty} \exp \left\{ \left(\mu + \pi_p - r - \frac{\sigma^2}{2} \right) (t - t^*) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sigma (B(t) - B(t^*)) \right\} dt \right] \\
&= e^{-rt^*} P(t^*)D(t^*) \int_{t^*}^{\infty} \exp \{ (\mu + \pi_p - r)(t - t^*) \} dt \\
&= e^{-rt^*} P(t^*)D(t^*) \exp \{ -(\mu + \pi_p - r)t^* \} \\
&\quad \times \int_{t^*}^{\infty} \exp \{ (\mu + \pi_p - r)t \} dt
\end{aligned}$$

Pour que $\int_{t^*}^{\infty} \exp \{ (\mu + \pi_p - r)t \} dt$ existe et soit finie, il faut que $\mu + \pi_p - r \prec 0$. En supposant que ceci est vérifié, On obtient donc que:

$$E_{t^*} [A_1(t^*)] = \frac{e^{-rt^*} P(t^*)D(t^*)}{r - \mu - \pi_p}$$

Il faut maintenant trouver l'espérance de cette valeur à la date 0:

$$\begin{aligned}
E_0 [A_1(t^*)] &= E_0 [E_{t^*} (A_1(t^*))] \\
&= \frac{e^{-rt^*}}{r - \mu - \pi_p} P(0)D(0) E_0 \left[\exp \left\{ (\mu + \pi_p - \sigma^2/2)t^* + \sigma B(t^*) \right\} \right] \\
E_0 [A_1(t^*)] &= \frac{P(0)D(0) \exp \{ -(r - \mu - \pi_p)t^* \}}{r - \mu - \pi_p}
\end{aligned}$$

Par analogie, si $\mu + \pi_v - r \prec 0$, on a:

$$E_0 [A_2(t^*)] = \frac{c_v(0)D(0) \exp \{ -(r - \mu + \pi_v)t^* \}}{r - \mu + \pi_v}$$

pour: $r - \pi_f \succ 0$, on a:

$$\begin{aligned}
A_3(t^*) &= \int_{t^*}^{\infty} c_f(t) Q e^{-rt} dt \\
&= Q c_f(t^*) \int_{t^*}^{\infty} e^{\pi_f(t-t^*)} e^{-rt} dt \\
&= Q e^{-rt^*} c_f(t^*) \int_{t^*}^{\infty} e^{\{(-r + \pi_f)(t-t^*)\}} dt
\end{aligned}$$

$$= Q \frac{e^{-rt^*} c_f(0) e^{\pi f t^*} e^{(-r+\pi f)t^*} e^{-(r+\pi f)t^*}}{r-\pi f}$$

$$A_3(t^*) = Q c_f(0) \frac{e^{-(r-\pi f)t^*}}{r-\pi f}$$

Notons que $A_3(t^*)$ est non aléatoire.

Pour calculer $E_0 [A_4(t^*, q)]$, définissons le domaine Ω_{t^*} comme étant l'ensemble des scénarios pour lesquelles: $D(t) - q \succ 0$ pour $t \succ t^*$. Ceci donne:

$$A_4(t^*) = \int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} E_{\Omega_{t^*}} \{ (D(t) - q) P(t) \} dt$$

où $E_{\Omega_{t^*}}$ est l'opérateur d'espérance sur l'espace-temps Ω_{t^*} . Caractérisons de manière explicite Ω_{t^*} .

$$\begin{aligned} D(t^*) \exp \{ (\mu - \sigma^2/2)(t - t^*) + \sigma(B(t) - B(t^*)) \} &\succ q \\ \iff (\mu - \sigma^2/2)(t - t^*) + \sigma(B(t) - B(t^*)) &\succ \ln \left(\frac{q}{D(t^*)} \right) \\ \iff B(t) - B(t^*) &\succ \underbrace{1/\sigma \left\{ \ln \left(\frac{q}{D(t^*)} \right) - (\mu - \sigma^2/2)(t - t^*) \right\}}_{y(t, t^*, q)} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \Omega_{t^*} = \{ B(t) - B(t^*) \succ y(t, t^*, q) \}$$

Remarquons que :

$$B(t) - B(t^*) |_{F_{t^*}} \sim N(0, t - t^*)$$

où F_{t^*} est l'ensemble d'information à t^* . Donc:

$$E_{t^*} [A_4(t^*)] = \int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} P(t) \left[\underbrace{\int_{y(t, t^*, q)}^{\infty} [D(t^*) \exp \{ (\mu - \sigma^2/2)(t - t^*) + \sigma x \} - q] f(x) dx}_{B_4(t^*)} \right] dt$$

$$\begin{aligned} \text{Posons } B_4 &= \int_{y(t, t^*, q)}^{\infty} D(t^*) \exp \{ (\mu - \sigma^2/2)(t - t^*) + \sigma x \} f(x) dx - q \left(1 - \Phi \left(\frac{y(t, t^*, q)}{\sqrt{t - t^*}} \right) \right) \\ \text{où } f(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(t - t^*)}} e^{\frac{-x^2}{2(t - t^*)}} \end{aligned}$$

Changement de variable : $z = \frac{x}{\sqrt{t - t^*}} \implies dx = \sqrt{t - t^*} dz$. Donc :

$$\begin{aligned}
B_4(t^*) &= \int_{\frac{y(t,t^*,q)}{\sqrt{t-t^*}}}^{\infty} D(t^*) \exp \{ (\mu - \sigma^2/2)(t - t^*) \} \\
&\quad \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(z^2 - 2\sigma z \sqrt{t - t^*} \right) \right\} dz \\
&\quad - q \left(1 - \Phi \left(\frac{y(t,t^*,q)}{\sqrt{t-t^*}} \right) \right) \\
&= D(t^*) \exp \{ (\mu - \sigma^2/2)(t - t^*) \} \\
&\quad \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{y(t,t^*,q)}{\sqrt{t-t^*}}}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z - \sigma \sqrt{t - t^*})^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 (t - t^*) \right\} dz \\
&\quad - q \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{y(t,t^*,q)}{\sqrt{t-t^*}} \right) \right\} \\
&= D(t^*) e^{\{\mu(t-t^*)\}} \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{y(t,t^*,q) - \sigma(t-t^*)}{\sqrt{t-t^*}} \right) \right\} - q \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{y(t,t^*,q)}{\sqrt{t-t^*}} \right) \right\} \\
&= D(t^*) e^{\{\mu(t-t^*)\}} \Phi \left\{ \frac{-y(t,t^*,q) + \sigma(t-t^*)}{\sqrt{t-t^*}} \right\} - q \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{y(t,t^*,q)}{\sqrt{t-t^*}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Donc:

$$\begin{aligned}
E_{t^*} [A_4(t^*)] &= \int_{t^*}^{\infty} e^{-rt} P(t) B_4(t) dt \\
E_{t^*} [A_4(t^*)] &= e^{-rt^*} P(t^*) D(t^*) \int_{t^*}^{\infty} e^{\{-(r-\mu-\pi_p)(t-t^*)\}} \Phi \left(\frac{-y(t,t^*,q) + \sigma(t-t^*)}{\sqrt{t-t^*}} \right) dt \\
&\quad - e^{-rt^*} P(t^*) q \int_{t^*}^{\infty} e^{\{-(r-\pi_p)(t-t^*)\}} \Phi \left(\frac{-y(t,t^*,q)}{\sqrt{t-t^*}} \right) dt
\end{aligned}$$

Cette intégrale sera évaluée numériquement par la méthode du trapèze après un changement de variable pour ramener les formules à des intégrales sur $[0,1]$.

Annexe B.

Programme MATLAB pour évaluer la valeur du Projet Classique et du Projet Modulaire

```
% paramètres
%Jeux de paramètre benchmark
clear

r=.09;
Pi_p=.03;
Pi_v=.03;
Pi_f=.04;
mu=.025;
sigma=.20;
P_0=2.85;
D_0=1500000;
Cf_0=.75;
Cv_0=.20
q=1000000;
Q=1250000;
I1=1650000;
I2=1550000;
I=3000000;

% nombre de pts de discrétisation pour les intégrations numériques
n=1000;

% optimisation
theta0=[1;2];
options=optimset;

[theta,F2]=fminsearch(@modularite,theta0,options,I1,I2,Q,q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,
Pi_f,Pi_v,mu,sigma,n);
t1=exp(theta(1))
t2=exp(theta(1))+exp(theta(2))
F2=-F2

t0=1;
[t,F1]=fminsearch(@nonmodularite,t0,options,I,2*Q,2*q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,Pi_f
,Pi_v,mu,sigma,n);
T=exp(t)
F1=-F1

function L=funA4(q,P_0,D_0,r,Pi_p,Pi_f,mu,sigma,t,n)
```

```

% calcul des xi (integration par rapport au temps)

z=(1/n:1/n:(n-1)/n)';

y=(1/sigma)*(log(q/D_0)-(mu-.5*sigma^2)*(t./z -t))./sqrt(t./z -t);

B=(t*z.^-2).*exp(-(r-mu-Pi_p)*(t./z -t)).*normcdf(-y+sigma*sqrt(t./z -t));

B=P_0*D_0*B/n;

A=(t*z.^-2).*exp(-(r-Pi_p)*(t./z -t)).*normcdf(-y);

A=P_0*q*A/n;

L=exp(-r*t)*sum(B-A);

function
F2=modularite(theta,I1,I2,Q,q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,Pi_f,Pi_v,mu,sigma,n)

t1=exp(theta(1));
t2=exp(theta(1))+exp(theta(2));

A1=P_0*D_0*exp(-(r-mu-Pi_p)*t1)/(r-mu-Pi_p);

A2=Cv_0*D_0*exp(-(r-mu+Pi_v)*t1)/(r-mu+Pi_v);
A2bis=Cv_0*D_0*exp(-(r-mu+Pi_v)*t2)/(r-mu+Pi_v);

A3=Q*Cf_0*exp(-(r-Pi_f)*t1)/(2*(r-Pi_f));
A3bis=Q*Cf_0*exp(-(r-Pi_f)*t2)/(2*(r-Pi_f));

A4=funA4(2*q,P_0,D_0,r,Pi_p,Pi_f,mu,sigma,t2,n);
A4bis=funA4(q,P_0,D_0,r,Pi_p,Pi_f,mu,sigma,t1,n);
A4ter=funA4(q,P_0,D_0,r,Pi_p,Pi_f,mu,sigma,t2,n);

F2=A1-I1*exp(-r*t1)-I2*exp(-r*t2)-A2-A2bis-A3-A3bis-A4-A4bis+A4ter;

F2=-F2; % pour la minimisation

function
F1=nonmodularite(t,I,Q,q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,Pi_f,Pi_v,mu,sigma,n)

T=exp(t);

A1=P_0*D_0*exp(-(r-mu-Pi_p)*T)/(r-mu-Pi_p);

A2=Cv_0*D_0*exp(-(r-mu+Pi_v)*T)/(r-mu+Pi_v);

```

```

A3=Q*Cf_0*exp(-(r-Pi_f)*T)/(r-Pi_f);

A4=funA4(q,P_0,D_0,r,Pi_p,Pi_f,mu,sigma,T,n);

F1=A1-I*exp(-r*T)-A2-A3-A4;

F1=-F1; % pour la minimisation

```

Analyse de sensibilité pour le projet non modulaire

```

% Sigma=.05:.05:1;
% for i=1:length(Sigma)
%
[ti,Fi]=fminsearch(@nonmodularite,t0,options,I,2*Q,2*q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,Pi_f
,Pi_v,mu,Sigma(i),n);
%   TSigma(i,1)=exp(ti);
%   FSigma(i,1)=-Fi;
% end
% figure;
% plot(Sigma,TSigma);
% figure;
% plot(Sigma,FSigma);
%
%
% Mu=.005:.005:min(r-Pi_p,r-Pi_v)-.001; % valeurs plausibles de mu
% for i=1:length(Mu)
%
[ti,Fi]=fminsearch(@nonmodularite,t0,options,I,2*Q,2*q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,Pi_f
,Pi_v,Mu(i),sigma,n);
%   TMu(i,1)=exp(ti);
%   FMu(i,1)=-Fi;
% end
% figure;
% plot(Mu(3:end),TMu(3:end));
% figure;
% plot(Mu(3:end),FMu(3:end));
% % %
% % %
% R=max(mu+Pi_p,mu+Pi_v)+.01:.005:.1; % valeurs plausibles de r
% for i=1:length(R)
%
[ti,Fi]=fminsearch(@nonmodularite,t0,options,I,2*Q,2*q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,R(i),Pi_p,
Pi_f,Pi_v,mu,sigma,n);

```



```

%   TR(i,1)=exp(ti);
%   FR(i,1)=-Fi;
% end
% figure;
% plot(R,TR);
% figure;
% plot(R,FR);
% %
%
% PPI_p=.005:.005:r-mu-.001; % valeurs plausibles de Pi_p
% for i=1:length(PPI_p)
%
[ti,Fi]=fminsearch(@nonmodularite,t0,options,I,2*Q,2*q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,PPI_p(i),
Pi_f,Pi_v,mu,sigma,n);
%   TPPi_p(i,1)=exp(ti);
%   FPPi_p(i,1)=-Fi;
% end
% figure;
% plot(PPI_p(6:end),TPPi_p(6:end));
% figure;
% plot(PPI_p(6:end),FPPi_p(6:end));
%
% PPI_v=.005:.005:r-mu-.001; % valeurs plausibles de Pi_v
% for i=1:length(PPI_v)
%
[ti,Fi]=fminsearch(@nonmodularite,t0,options,I,2*Q,2*q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,Pi_f
,PPI_v(i),mu,sigma,n);
%   TPPi_v(i,1)=exp(ti);
%   FPPi_v(i,1)=-Fi;
% end
% figure;
% plot(PPI_v,TPPi_v);
% figure;
% plot(PPI_v,FPPi_v);

```

Analyse de sensibilité pour le projet modulaire

```

% Sigma=.05:.05:.4;
% for i=1:length(Sigma)
%
[theta,F2]=fminsearch(@modularite,theta0,options,I1,I2,Q,q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,
Pi_f,Pi_v,mu,Sigma(i),n);
%   t1Sigma(i)=exp(theta(1));
%   t2Sigma(i)=exp(theta(1))+exp(theta(2));

```

```

% F2Sigma(i)=-F2;
% end
% figure;
% plot(Sigma,t1Sigma);
% figure;
% plot(Sigma,t2Sigma);
% figure;
% plot(Sigma,F2Sigma);
%
%
% Mu=.005:.005:min(r-Pi_p,r-Pi_v)-.001; % valeurs plausibles de mu
% for i=1:length(Mu)
%
[theta,F2]=fminsearch(@modularite,theta0,options,I1,I2,Q,q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,Pi_p,
Pi_f,Pi_v,Mu(i),sigma,n);
% t1Mu(i)=exp(theta(1));
% t2Mu(i)=exp(theta(1))+exp(theta(2));
% F2Mu(i)=-F2;
% end
% figure;
% plot(Mu(3:end),t1Mu(3:end));
% figure;
% plot(Mu(3:end),t2Mu(3:end));
% figure;
% plot(Mu(3:end),F2Mu(3:end));

%
% R=max(mu+Pi_p,mu+Pi_v)+.01:.005:.1; % valeurs plausibles de r
% for i=1:length(R)
%
[theta,F2]=fminsearch(@modularite,theta0,options,I1,I2,Q,q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,R(i),Pi
_p,Pi_f,Pi_v,mu,sigma,n);
% t1R(i)=exp(theta(1));
% t2R(i)=exp(theta(1))+exp(theta(2));
% F2R(i)=-F2;
% end
% figure;
% plot(R,t1R);
% figure;
% plot(R,t2R);
% figure;
% plot(R,F2R);
%
%
% PPI_p=.005:.005:r-mu-.001; % valeurs plausibles de Pi_p
% for i=1:length(PPI_p)

```

```

%
[theta,F2]=fminsearch(@modularite,theta0,options,I1,I2,Q,q,P_0,D_0,Cv_0,Cf_0,r,PPi_p
(i),Pi_f,Pi_v,mu,sigma,n);
%   t1PPi_p(i)=exp(theta(1));
%   t2PPi_p(i)=exp(theta(1))+exp(theta(2));
%   F2PPi_p(i)=-F2;
% end
% figure;
% plot(PPi_p,t1PPi_p);
% figure;
% plot(PPi_p,t2PPi_p);
% figure;
% plot(PPi_p,F2PPi_p);

```

Annexe C. Graphiques des analyses de sensibilité









